Elemente der Variationsrechnung

Übungsblatt 2

30.04.2002

1. Gegeben sei ein Variationsintegral der Form

$$\mathcal{F}(u) = \int_{\alpha}^{\beta} F(u(x), u'(x))\, dx. \qquad (*)$$

   (a) Nehmen Sie an, die Lösung des Variationsproblems $\delta\mathcal{F}(u) = 0$ sei eine invertierbare C^2 Funktion; die Inverse von $y = u(x)$ sei mit $x = v(y)$ bezeichnet. Zeigen Sie, dass das Variationsproblem äquivalent ist zu $\delta\mathcal{G}(v) = 0$ mit

$$\mathcal{G}(v) = \int_{a}^{b} G(y, v'(y))\, dy \qquad (**)$$

   und

$$G(y, v'(y)) = F\Big(y, \frac{1}{v'(y)}\Big)\, v'(y).$$

   Wie sind a und b bestimmt?

   (b) Leiten Sie aus der (bekannten) Formel für das erste Integral von (**) die (ebenfalls bekannte, aber weniger offensichtliche) Formel für das erste Integral von (*) her.

2. Fischer/Kaul, Seiten 36 und 37: Vervollständigen Sie die drei in der Herleitung der Kettenlinie mit "ÜA" gekennzeichneten Lücken.

Abgabe: Am 7.5. in der Vorlesung.